

Pole magnetyczne

Marcin Motyka

Fizyka C5

Wykład 5 Magnetyzm

Indukcja

Siła Lorentza

Prawo Ampera

Prawo Gaussa dla magnetyzmu

Reguła Lentza

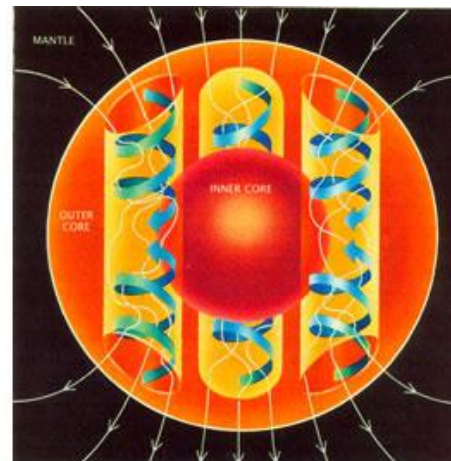
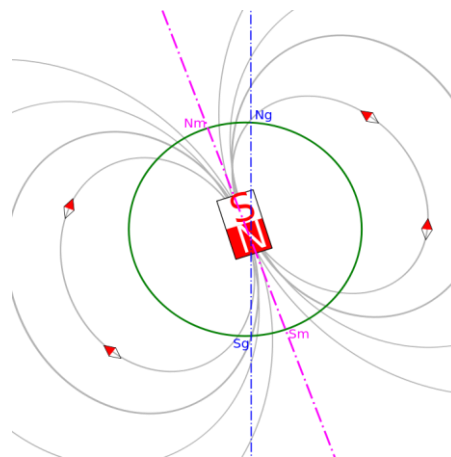
SEM

Prawo Faradaya

Pole magnetyczne

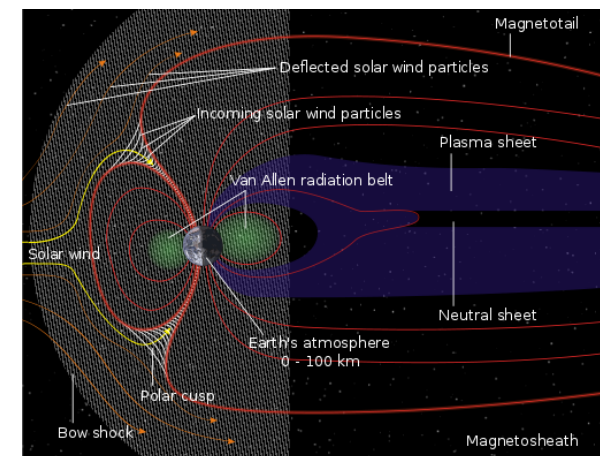
Źródło pola B	$B_{maks.} \text{ T}$
Pracujący mózg	10^{-13}
Ziemia	$\approx 4 \cdot 10^{-5}$
Elektromagnes	2
Cewka nadprzewodząca	20
Cewka impulsowa	70
Gwiazda neutronowa	$\approx 10^8$

Pole magnetyczne ziemi



Wytwarzane jest przez prąd elektryczny powstały na skutek konwekcji mas roztopionego żelaza we wnętrzu rdzenia ziemi. Do tej pory słabo opisany model.

Pole magnetyczne Ziemi jest zaburzone przez wiatr słoneczny



Ziemska magnetosfera zabezpiecza czynniki żywe przed działaniem cząstek wiatru słonecznego i zachowuje atmosferę Ziemi. Wysoko-energetyczne cząstki bombardują jonosferę rozbijając warstwę ozonową powodując przepuszczenie promieni UV.

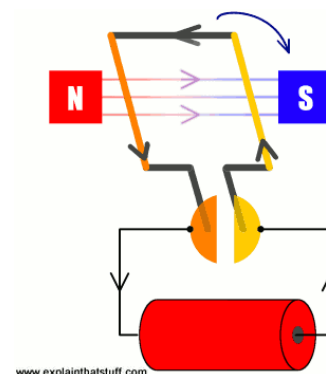
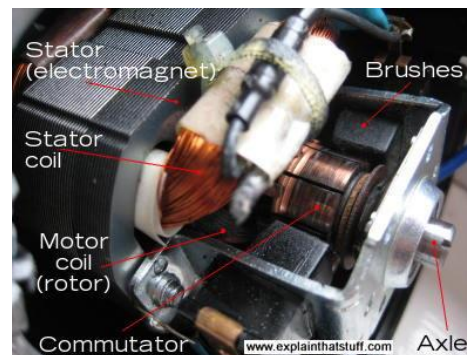
Zmiany i zanik pola magnetycznego Marsa spowodował ubytek jego atmosfery.

Obrazowanie metodą rezonansu magnetycznego (MRI)



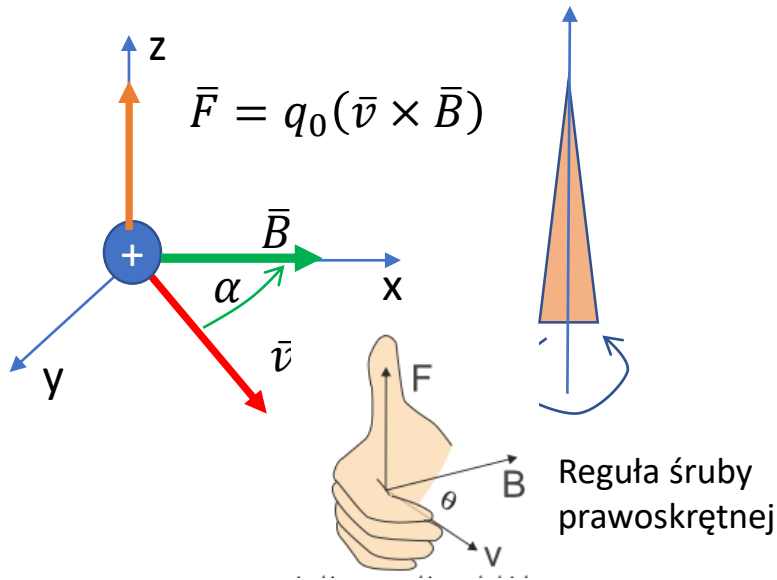
Magnes w postaci selenoidu z drutu nadprzewodzącego umoczonego w ciekłym Helu

Dzięki magnesom działa silnik elektryczny



Pole magnetyczne

Indukcja pola magnetycznego $\vec{B}$ definiuje się wykorzystując siłę oddziaływania pola magnetycznego $\vec{F}$ na poruszający się w tym polu dodatni ładunek próbny q_0 :



$$\vec{F} = q_0(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{szczególny przypadek siły Lorentza})$$

Wartość siły/długość wektora

$$|\vec{F}| = q_0 |\vec{v}| |\vec{B}| \sin(\alpha)$$

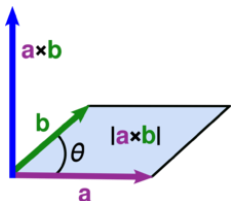
$$|\vec{F}|_{\max} = q_0 |\vec{v}| |\vec{B}| \rightarrow \sin(\alpha = 90^\circ) \rightarrow \vec{v} \perp \vec{B}$$

Jednostką indukcji pola $\vec{B}$ jest: $1T = 1 \frac{N}{A \cdot m}$

Z wektorem indukcji magnetycznej można skojarzyć:

- **pojęcie linii indukcji magnetycznej**
linie indukcji są styczne w każdym punkcie do wektora $\vec{B}$;
- **gęstość linii indukcji magnetycznej**
przez jednostkę powierzchni przechodzi tyle linii ile wynosi wartość liczbową $\vec{B}$ na tej powierzchni;
- **strumień indukcji**
 $\Phi = \int \vec{B} d\vec{s}$, którego jednostką jest $1Wb = 1Tm^2$ (weber);

Przypomnienie definicji iloczynu wektorowego

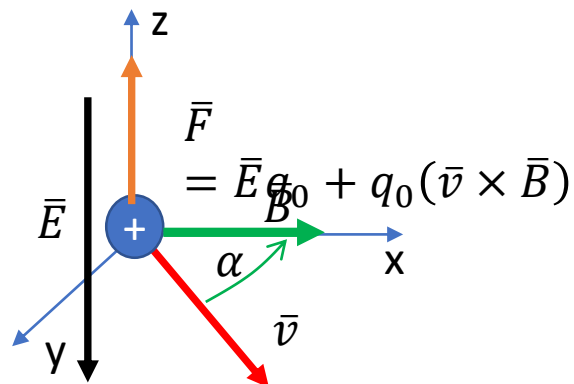


$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\theta)$$

Pole magnetyczne

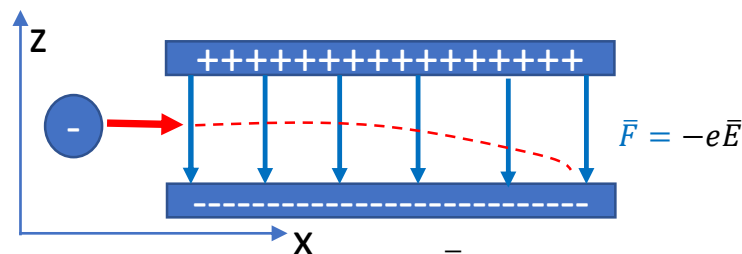
Jeśli ładunek próbny q_0 porusza się w obszarze, w którym jednocześnie istnieje pole elektryczne o natężeniu $\vec{E}$ i pole magnetyczne o indukcji $\vec{B}$, to wypadkowe oddziaływania obu pól sprowadza się do postaci (**siła Lorentza**):



$$\vec{F} = \vec{E}q_0 + q_0(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{siła Lorentza})$$

Ruch ładunku w skrzyżowanych polach elektrycznym i indukcji magnetycznej

Ruch ładunku w polu elektrycznym



$$\vec{F} = m\vec{a} = -e\vec{E} \rightarrow \vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m}$$

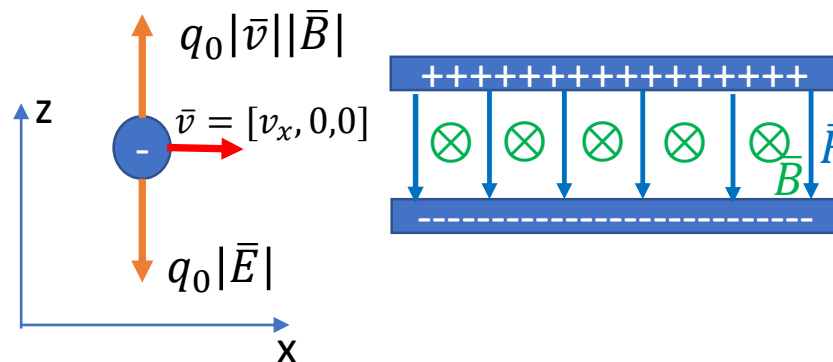
$$a_z = -\frac{eE_z}{m}$$

$$z(t) = z_0 + v_0t + \frac{a_z t^2}{2}, \text{ dla } z_0 = 0, \text{ i } v_0 = 0 \rightarrow z(t) = \frac{a_z t^2}{2}$$

$$z(t) = \frac{a_z t^2}{2} = -\frac{eE_z t^2}{2m}$$

$$x = v_x t \rightarrow t = \frac{x}{v_x} \quad \left. \begin{array}{l} z(t) = -\frac{eE_z t^2}{2m} \\ x = v_x t \end{array} \right\} z(x) = -\frac{eE_z}{2mv_x^2} x^2$$

Ruch jednostajny bo nie działa siła Równanie toru ruchu



$$\vec{E} = (\vec{v} \times \vec{B})$$

Jeśli: $\vec{B} \perp \vec{F}$

$$\vec{v} \times \vec{B} = -\vec{E} \rightarrow |\vec{F}| = 0$$

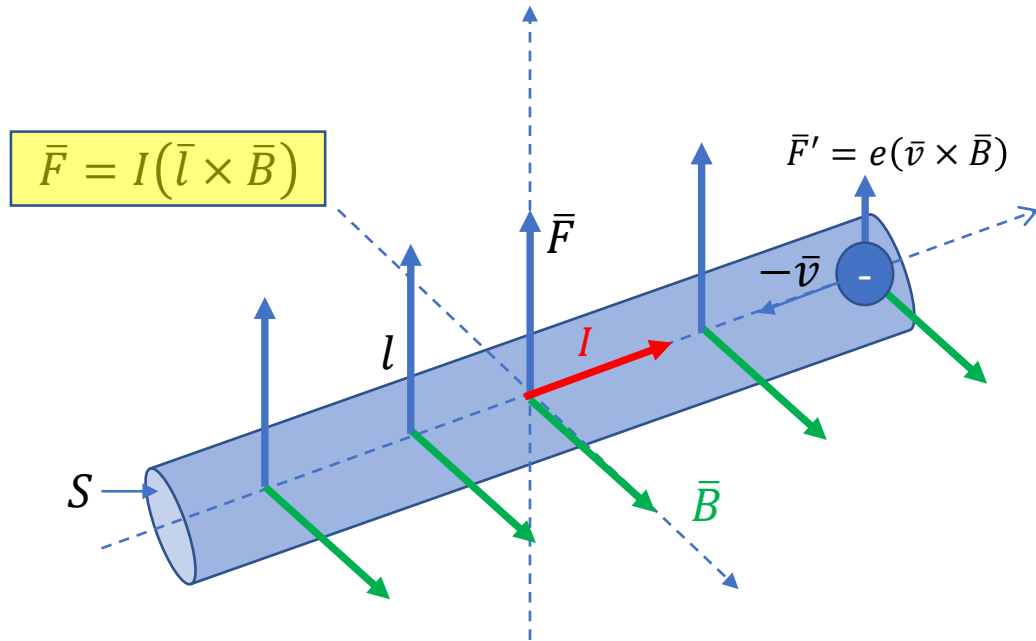
$$|\vec{v}| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}$$

Jeśli pola będą tak dobrane aby siły się równoważyły:

$$\vec{E}q_0 = q_0(\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow \vec{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow E_z = v_x |\vec{B}| \rightarrow v_x = \frac{E_z}{|\vec{B}|}$$

Uwaga!!!: Tor cząstki i jej prędkość nie ulega zmianie a prędkość jest definiowana przez stosunek $\frac{E_z}{|\vec{B}|}$!

Działanie pola magnetycznego na odcinek przewodnika z prądem elektrycznym – siła elektrodynamiczna



Zał: przewodnik o długości l jest umieszczony prostopadłe do $\bar{B}$.

$$\bar{F} = q_0(\bar{v} \times \bar{B}) \quad q_0 = -e, \text{ ale wtedy } -\bar{v} \rightarrow \bar{F} = -e(-\bar{v} \times \bar{B}) = e(\bar{v} \times \bar{B})$$

Gdyby, $q_0 = +e$, wtedy $\bar{v} \rightarrow \bar{F} = +e(\bar{v} \times \bar{B}) = e(\bar{v} \times \bar{B})$
Zwrot siły będzie taki sam niezależnie od tego jaki będzie ładunek

$$|\bar{F}'| = e|\bar{v}||\bar{B}| \sin(\alpha) = e|\bar{v}||\bar{B}| \quad \text{Wartość siły działającej na pojedynczy elektron}$$

Przyjmując, że gęstość nośników prądu (liczba nośników w jedn. objętości) jest n , to ogólna ich liczba na odcinku l o przekroju S wynosi: nlS

Wypadkowa siła działająca na na przewodnik z prądem to:

$$|\bar{F}| = nlS|\bar{F}'| = nlSe|\bar{v}||\bar{B}|$$

Z teorii przewodnictwa, natężenie prądu płynącego przez przewodnik to:

$$I = nS\langle\bar{v}\rangle e$$

Przy czym średnia prędkość unoszenia elektronów $\langle\bar{v}\rangle \equiv |\bar{v}|$

Zatem:

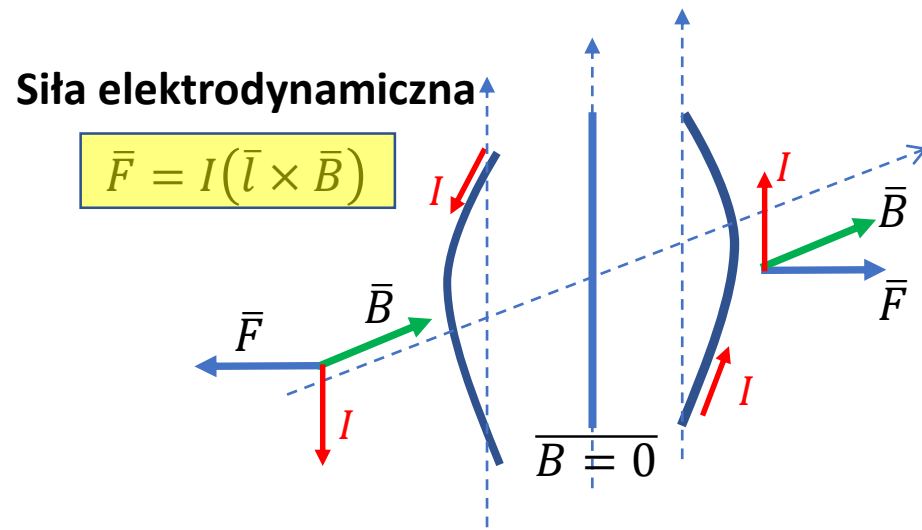
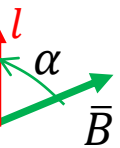
$$|\bar{F}| = nlS|\bar{F}'| = Il|\bar{B}|$$

Dla przypadku ogólnego, gdzie l tworzy dowolny kąt z $\bar{B}$:

$$\bar{F} = I(\bar{l} \times \bar{B})$$

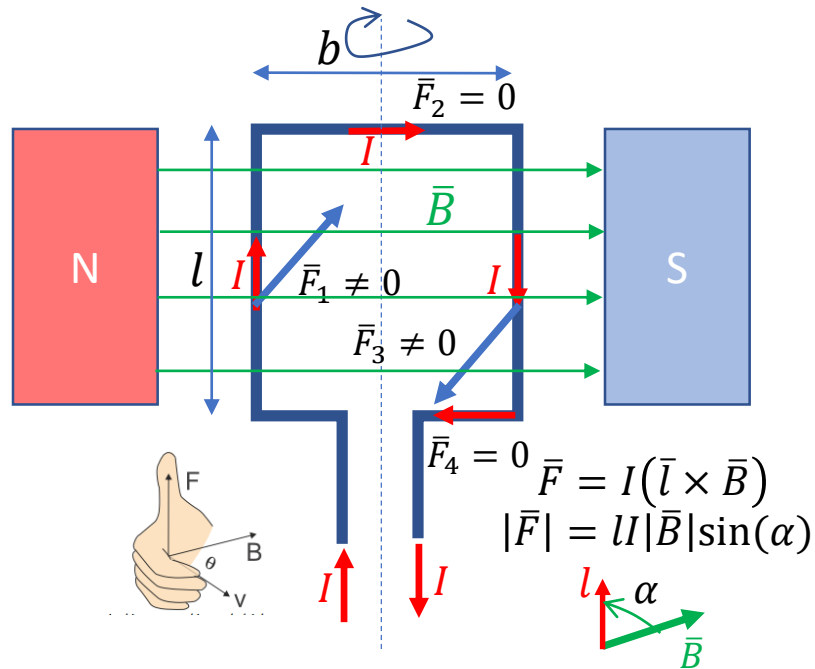
$$d\bar{F} = I(d\bar{l} \times \bar{B})$$

$$|\bar{F}| = Il|\bar{B}|\sin(\alpha)$$



Siła elektrodynamiczna i działanie silnika elektrycznego

Ramka z prądem w stałym polu magnetycznym

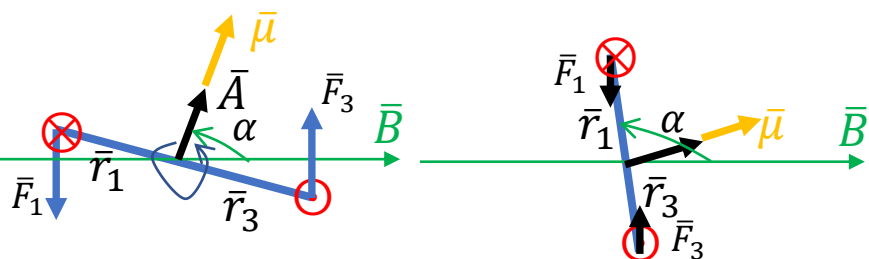


$$\vec{F}_1 = I(\vec{l} \times \vec{B}) \rightarrow |\vec{F}_1| = Il|\vec{B}|, \text{ bo } \sin(\alpha) = 1$$

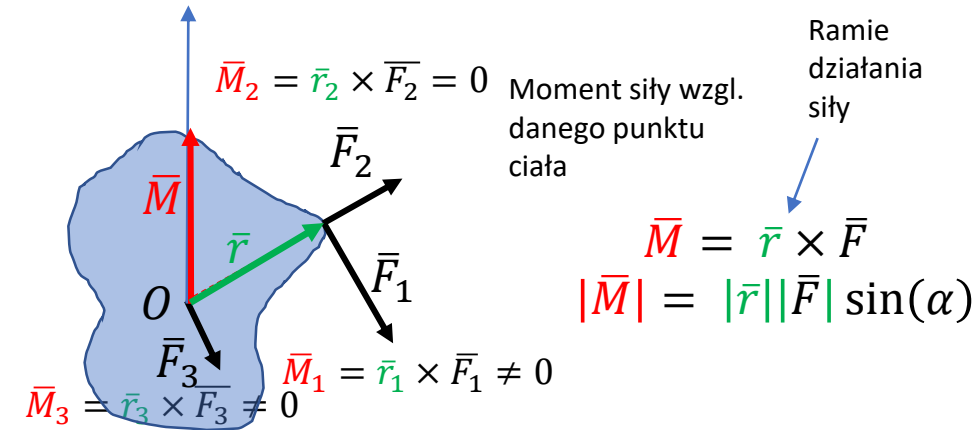
$$\vec{F}_2 = 0, \text{ bo } \sin(\alpha) = 0$$

$$\vec{F}_3 = I(\vec{l} \times \vec{B}) \rightarrow |\vec{F}_3| = Il|\vec{B}|, \text{ bo } \sin(\alpha) = 1$$

$$\vec{F}_4 = 0, \text{ bo } \sin(\alpha) = 0$$



Moment sił w ujęciu klasycznym:



Moment sił dla ramki w polu magnetycznym:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_3 = \vec{F}_1 \times (-\vec{r}_1) + \vec{F}_3 \times \vec{r}_3 \quad \text{Zał. } \vec{F}_1 \perp \vec{r}_1, \vec{F}_3 \perp \vec{r}_3$$

$$|\vec{M}| = |\vec{M}_1| + |\vec{M}_3| = |\vec{r}_1||\vec{F}_1| + |\vec{r}_3||\vec{F}_3| = \frac{b}{2}Il|\vec{B}| + \frac{b}{2}Il|\vec{B}| = bIl|\vec{B}|$$

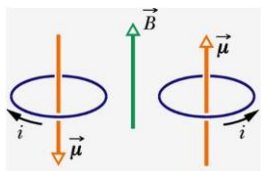
$A = bl$ - pole powierzchni ramki

$$|\vec{M}| = AI|\vec{B}| \quad - \text{maksymalna wartość momentu sił, kiedy } \sin(90^\circ) = 1$$

$$\vec{M} = I\vec{A} \times \vec{B} \quad - \text{moment sił zdefiniowany wektorowo, gdzie } \vec{A} = A\vec{n} - \text{wektor pola ramki, } \vec{n} - \text{wektor normalny do płaszczyzny ramki o dł. 1}$$

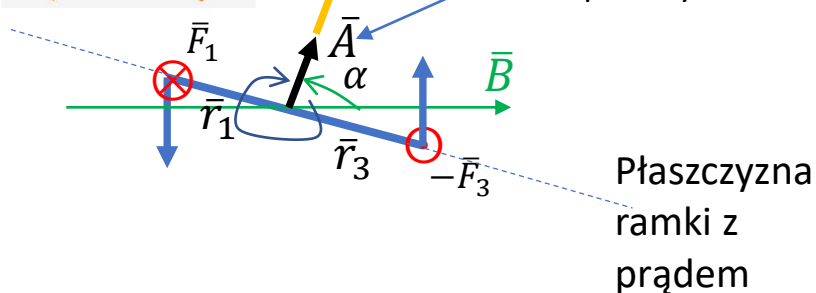
$$|\vec{M}| = |\vec{r}_1||\vec{F}_1| + |\vec{r}_3||\vec{F}_3| = |\vec{F}_1|\frac{b}{2}\sin(\alpha) + |\vec{F}_3|\frac{b}{2}\sin(\alpha) = |\vec{F}|b\sin(\alpha) = Ilb|\vec{B}|\sin(\alpha) = IA|\vec{B}|\sin(\alpha) \quad - \text{ogólne wyrażenie na wartość momentu sił w ruchu obrotowym ramki}$$

Magnetyczny moment dipolowy



Magnetyczny moment dipolowy

Wektor polowy



Płaszczyzna ramki z prądem

Wektor polowy

Dla ramki z prądem: $\vec{M} = I \vec{A} \times \vec{B}$ - moment sił zdefiniowany wektorowo

Moment magnetyczny:

Magnetyczny moment dipolowy

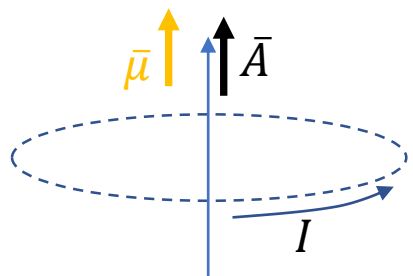
$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{\mu} = I \vec{A} = I A \vec{n}$$

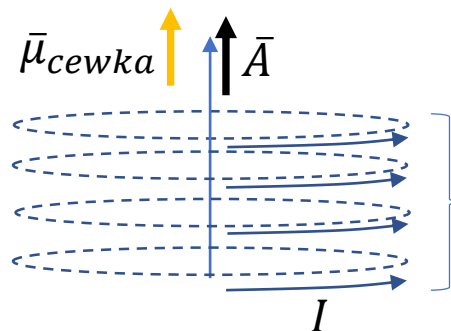
Kierunek magnetycznego momentu dipolowego dla pętli z prądem wyznacza reguła prawej dłoni.

Jeśli ramka zawiera n zwojów/pętli (cewka), to jej magnetyczny moment dipolowy równy jest:

$$\vec{\mu}_{cewka} = N I \vec{A} = N I A \vec{n}$$



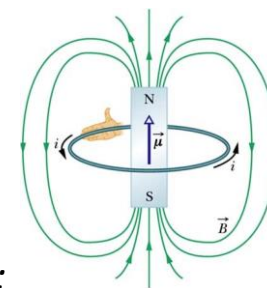
Pojedyncza pętla z prądem



N - liczba zwojów

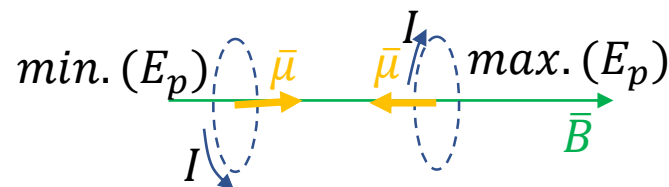
Moment magnetyczny charakteryzuje każdy dipol magnetyczny. Dipolem magnetycznym oprócz ramki/cewki przez które płynie prąd mogą być:

- magnes sztabkowy ($\mu \approx 5 \text{ J/T}$);
- Ziemia ($\mu \approx 8,0 \cdot 10^{22} \text{ J/T}$);
- cząstki elementarne (elektron - $\mu \approx 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$, proton - $\mu \approx 1,4 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$);

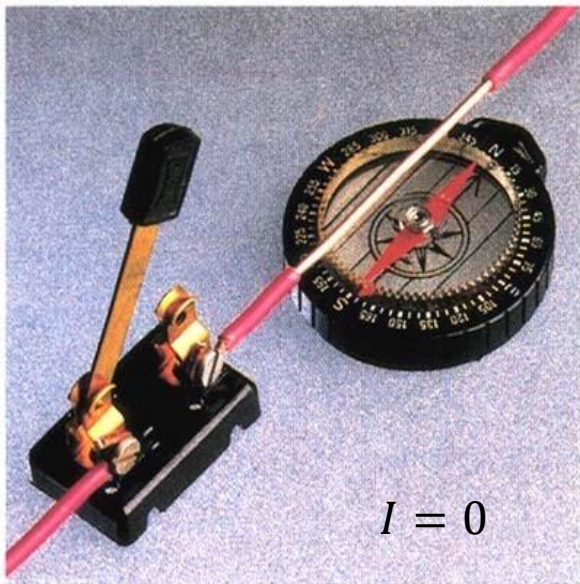


Energia potencjalna dipola magnetycznego w zewnętrznym polu

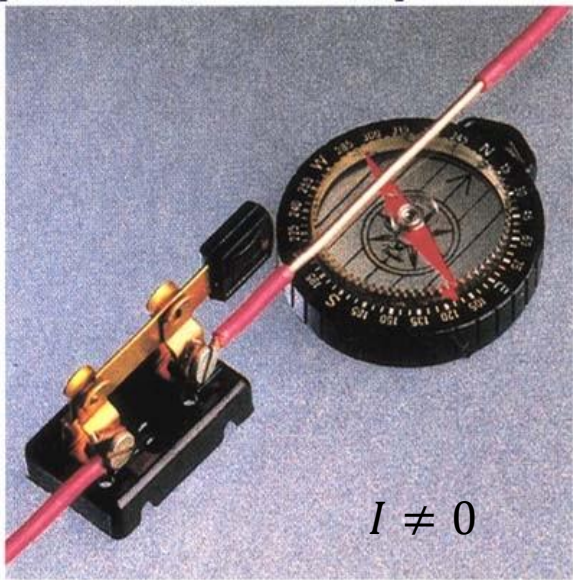
$$E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



Prąd elektryczny jako źródło pola magnetycznego – prawo Ampera



$I = 0$



$I \neq 0$

Doświadczenie Oresteda (1819-1821)

Prawo Ampera

Dla dowolnego pola magnetycznego i dla dowolnej zamkniętej drogi całkowania obejmującej powierzchnię przebieraną przez całkowity prąd I :

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$ - przenikalność magnetyczna próżni

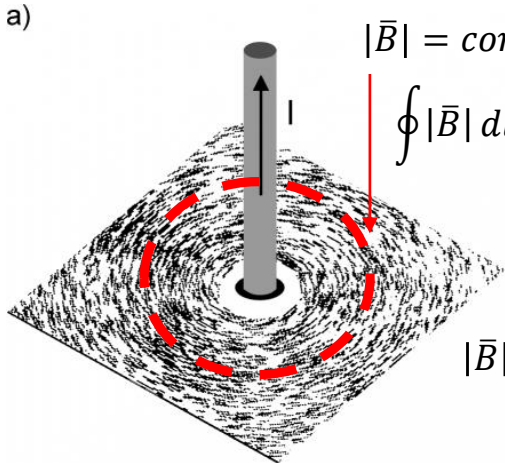
$$\oint |\vec{B}| dl = \mu_0 I$$

Prąd otoczony konturem $\oint dl$

$$\oint |\vec{B}| dl = \mu_0 \mu_r I$$

przenikalność magnetyczna ośrodka

Zastosowanie prawa Ampera wiąże się czasami ze zbyt skomplikowanym całkowaniem konturu, sytuację upraszcza zastosowanie prawa Biota-Savarta



$|\vec{B}| = const.$

$$\oint |\vec{B}| dl = \mu_0 I \rightarrow |\vec{B}| \oint dl = \mu_0 I$$

$$\oint dl = 2\pi r$$

$$|\vec{B}| 2\pi r = \mu_0 I \rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Uwaga, ta szacowana zależność w ogólności jest niepoprawna o czynnik π w mianowniku

Mierząc indukcję $|\vec{B}|$ w otoczeniu przewodnika w warunkach 1) stałej odległości r od przewodnika i zmianie wartości I , a następnie 2) stałego prądu I i zmianie odległości r można stwierdzić, że indukcja $|\vec{B}|$ jest wprost proporcjonalna do prądu a odwrotnie do odległości od przewodu:

$$|\vec{B}| \propto \frac{I}{r}$$

Indukcja w danym miejscu konturu

Prąd elektryczny jako źródło pola magnetycznego – prawo Biota-Savarta

Prawo Biota-Savarta pozwala obliczyć indukcję $|\vec{B}|$ z rozkładu prądu. To prawo jest zgodne z prawem Ampera. Prawo Ampera stosuje się tylko gdy znana jest symetria pola (potrzebna aby obliczyć całkę). Gdy symetria nie jest znana, to przewodnik z prądem dzieli się na małe elementy $d\vec{l}$ i stosując **prawo Biota-Savarta** oblicza się pola jakie te elementy wytwarzają w danym punkcie. I wreszcie sumuje się pola od tych elementów w danym punkcie aby uzyskać wypadkowy wektor pola $|\vec{B}|$.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi |\vec{r}|^3} (d\vec{l} \times \vec{r})$$

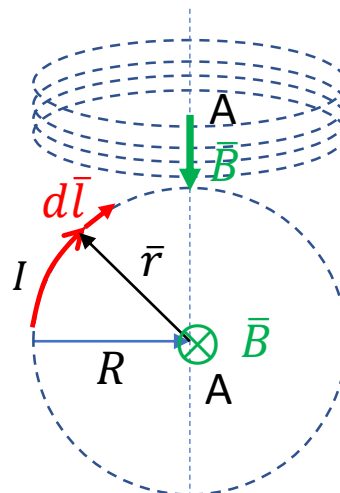
$$d|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I d|\vec{l}| \sin(\alpha)}{4\pi |\vec{r}|^2}$$

- kierunek i zwrot indukcji $d\vec{B}$ zgodny jest z kierunkiem i zwrotem iloczynu wektorowego $d\vec{l} \times \vec{r}$

Całkowita indukcja magnetyczna w punkcie A równa jest: $\vec{B} = \int d\vec{B}$ $|\vec{B}| = \int d|\vec{B}|$

Przykład 1:

Jakie jest wektor indukcji pola magnetycznego w środku gęsto nawiniętego zwoju drutu o N pętli, przez który płynie prąd o natężeniu I. Promień każdej pętli wynosi R?

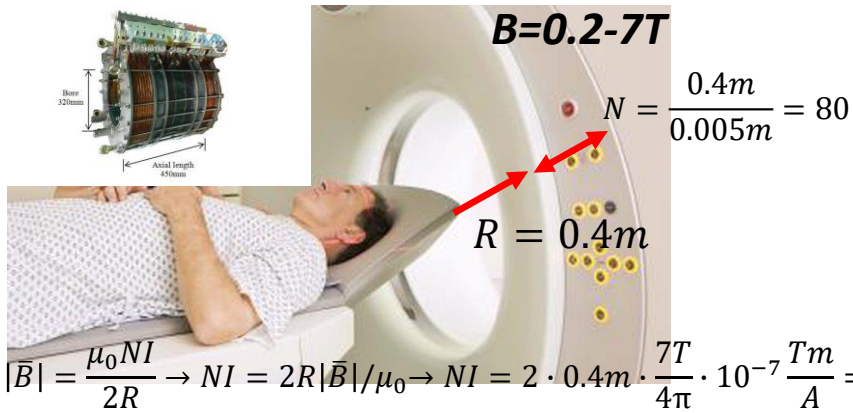


$$|\vec{B}| = \int d|\vec{B}| = \int \frac{\mu_0 I d|\vec{l}| \sin(\alpha)}{4\pi |\vec{r}|^2} \quad \sin(\alpha) = \sin(90^\circ) = 1$$

$$|\vec{B}| = \int \frac{\mu_0 I d|\vec{l}|}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int d|\vec{l}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

W przypadku N gęsto zwiniętych zwojów: $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 N I}{2R}$

W przypadku pojedynczej pętli: $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2R}$



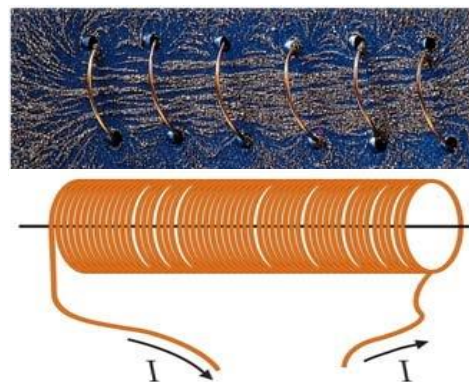
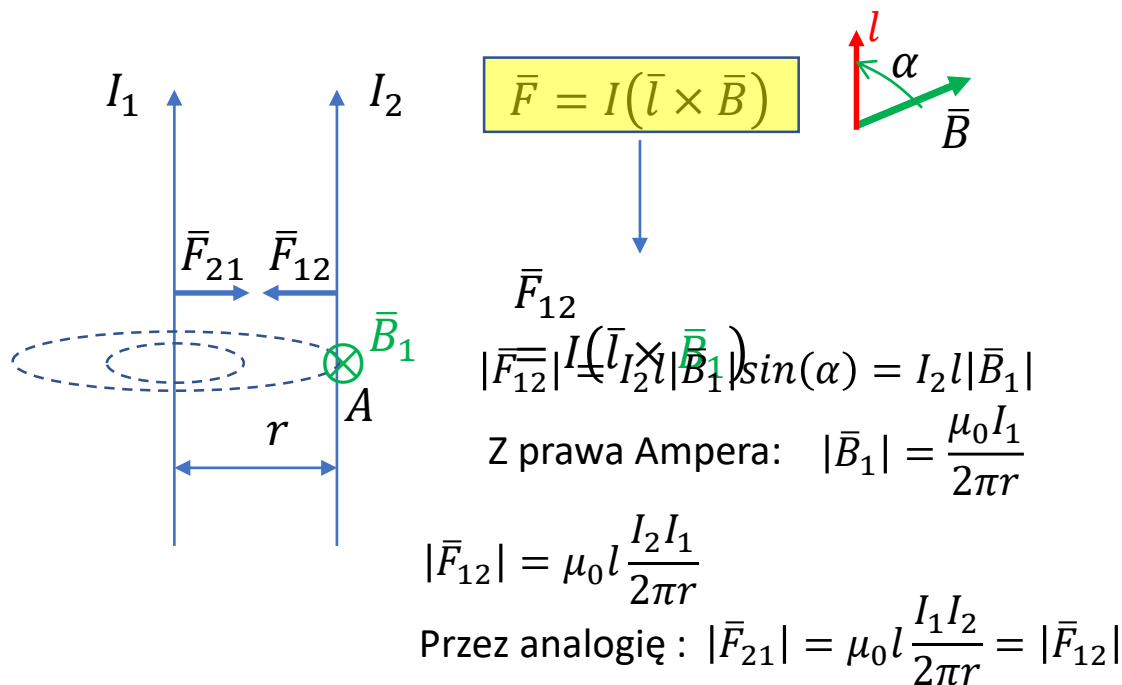
$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 N I}{2R} \rightarrow N I = 2R |\vec{B}| / \mu_0 \rightarrow N I = 2 \cdot 0.4m \cdot \frac{7T}{4\pi} \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A} = 5.6 \cdot 10^7 A \rightarrow I = 5.6 \cdot 10^7 A$$

Wzajemne oddziaływanie przewodów z prądem i selenoid

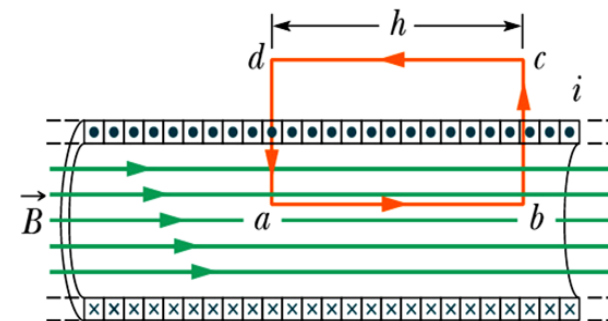
$$\oint |\vec{B}| dl = \mu_0 \mu_r I$$

1. Pole magnetyczne działa na poruszające się ładunki i na przewody z prądem;
2. W otoczeniu przewodu z prądem powstaje pole magnetyczne;

Oddziaływanie przewodników z prądem



Solenoid



Z prawa Ampera:

$$\oint |\vec{B}| dl = \int_a^b |\vec{B}| dl + \int_b^c |\vec{B}| dl + \int_c^d |\vec{B}| dl + \int_d^a |\vec{B}| dl$$

Iloczyn skalarny wektorów prostopadłych zeruje się:

$$\vec{B} \circ d\vec{l} = |\vec{B}| |d\vec{l}| \cos(\angle \vec{B}, d\vec{l}) \rightarrow \int_b^c |\vec{B}| dl = 0 \text{ i } \int_d^a |\vec{B}| dl = 0 \quad \text{gdyż: } \vec{B} \perp d\vec{l}$$

$$\oint |\vec{B}| dl = \int_a^b |\vec{B}| dl + \int_c^d |\vec{B}| dl \quad \int_c^d |\vec{B}| dl = 0, \text{ gdyż } |\vec{B}|=0 \text{ na zewnątrz selenoidu}$$

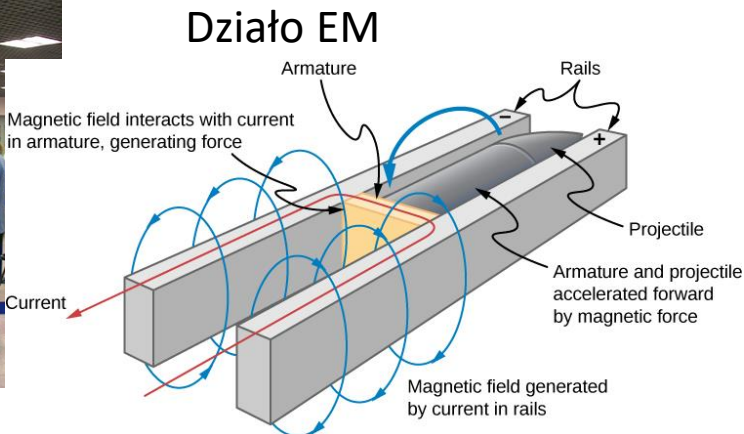
$$\oint |\vec{B}| dl = \int_a^b |\vec{B}| dl = |\vec{B}| h$$

Cewka ma $n = N/l$ zwojów na jednostkę długości to wewnątrz konturu jest Nh zwojów, a to oznacza, że całkowity prąd przez kontur jest: $I = inh$, gdzie i - to prąd na jednym zwoju.

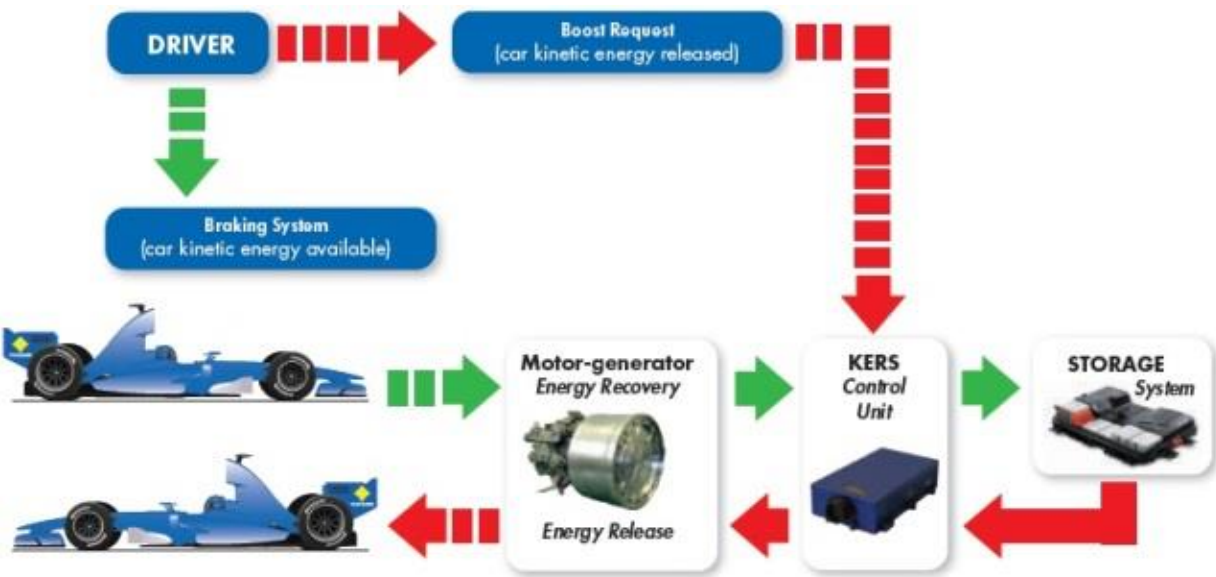
$$\oint |\vec{B}| dl = \mu_0 \mu_r I \rightarrow |\vec{B}| h = inh \rightarrow |\vec{B}| = \mu_0 \mu_r n i$$

Indukcja i indukcyjność

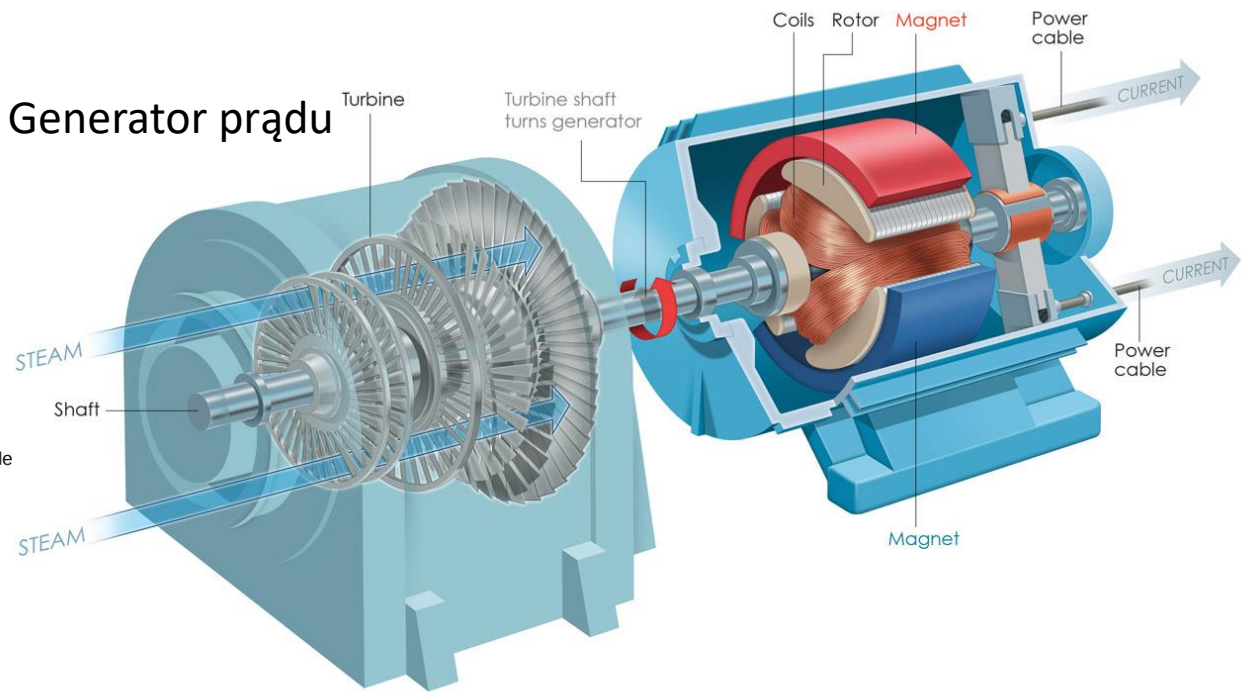
Detektor metalu



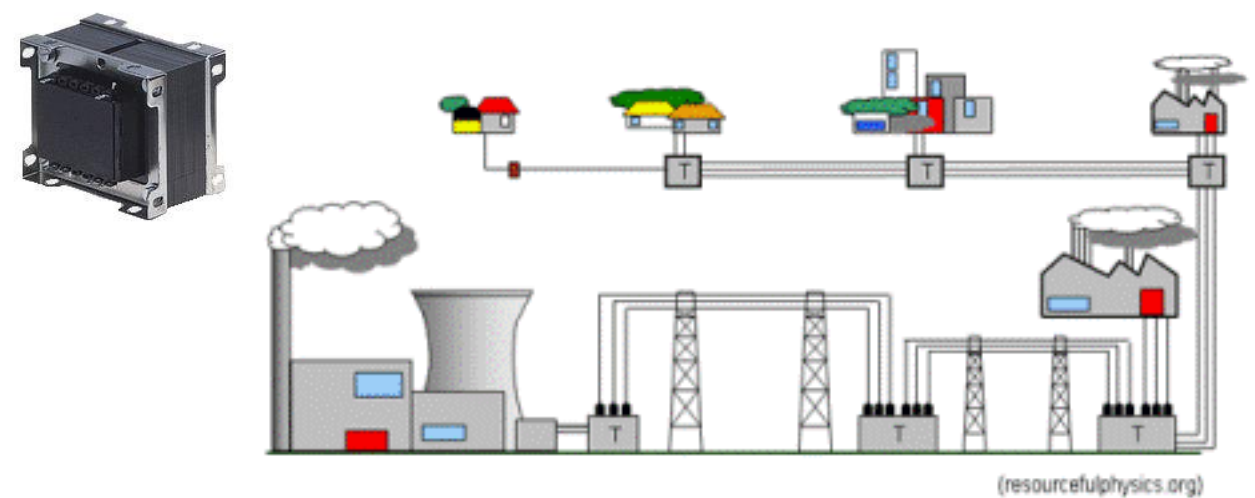
System odzyskiwania energii z hamowania



Generator prądu

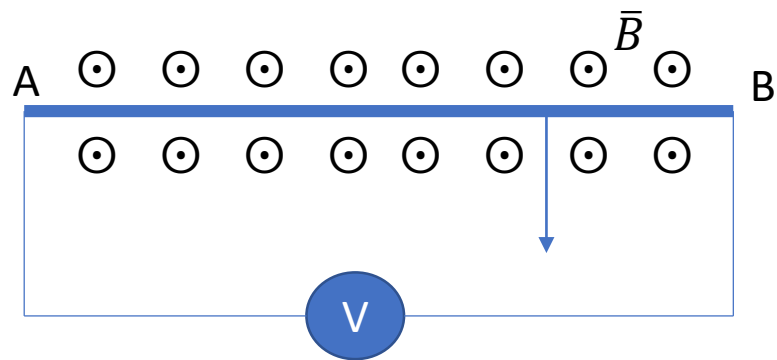


Transformator/system dystrybucji energii elektrycznej



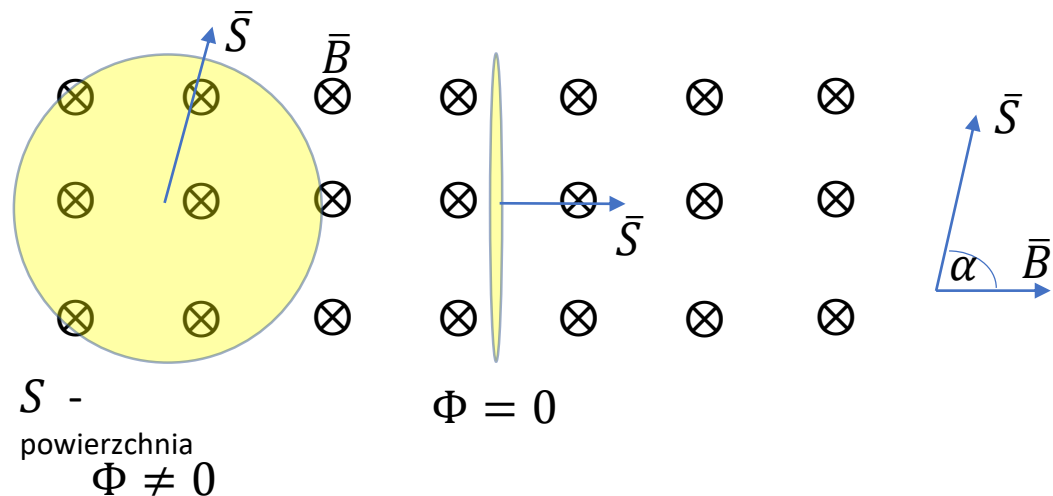
Indukcja i indukcyjność

Indukcja elektromagnetyczna została odkryta przez Faradaya w 1831 roku.



Gwałtowne przesunięcie przewodu z obszaru działania pola magnetycznego powoduje powstanie **siły elektromotorycznej indukowanej (SEM indukowanej)** na końcach przewodu AB. Wsuniecie przewodu powoduje powstanie **SEM indukowanej** o przeciwnym znaku.

Strumień pola magnetycznego

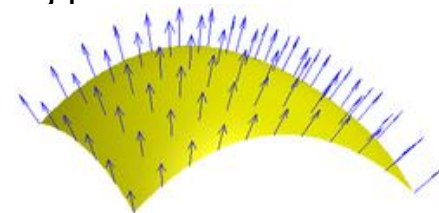


$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

$$\Phi = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos \alpha$$

Strumień pola magnetycznego dla dowolnej powierzchni:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S |\vec{B}| d|\vec{S}| \cos \alpha$$



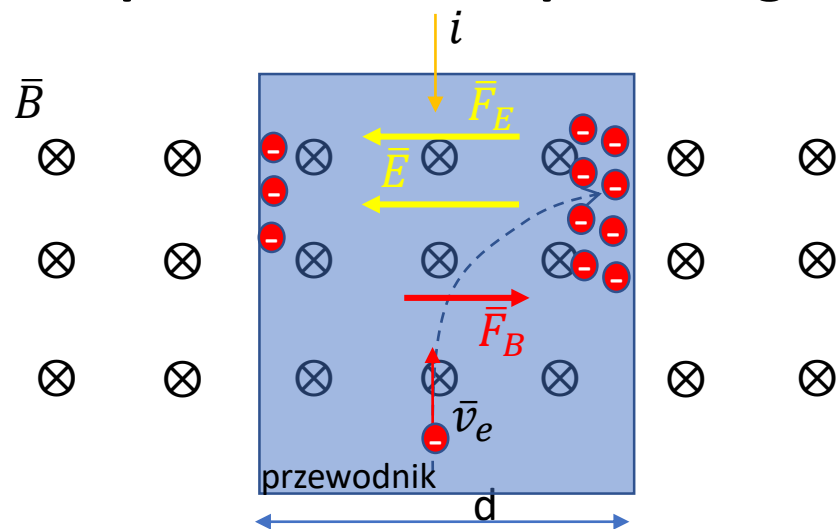
Jednostka strumienia pola magnetycznego $1Wb = 1Tm^2$ (weber);

Prawo Gaussa dla magnetyzmu:

$$\Phi = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Def. iloczynu skalarnego wektorów: $c = \vec{a} \cdot \vec{b}$, $c = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$

Ruch przewodnika w polu magnetycznym



Electron w przewodniku będzie odczuwał pole magnetyczne

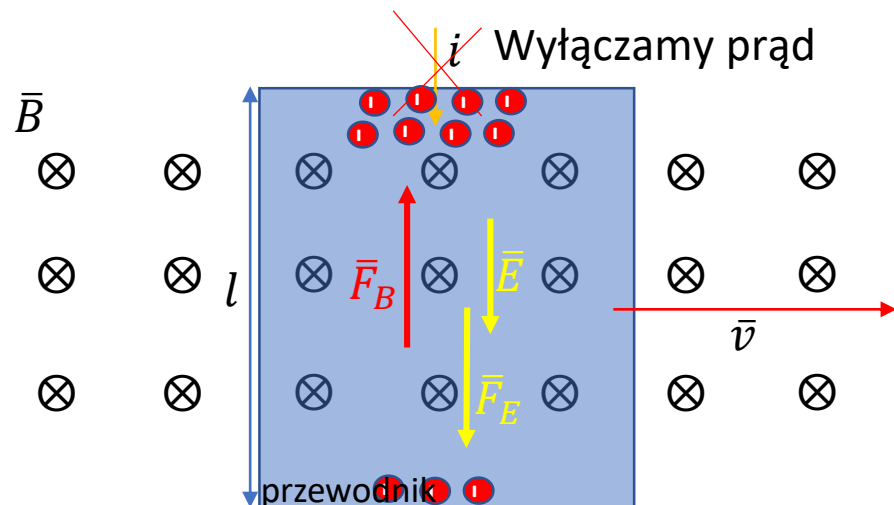
$$\vec{F}_B = q_0(\vec{v}_e \times \vec{B}) \quad |\vec{F}_B| = e|\vec{v}_e||\vec{B}|\sin\alpha = e|\vec{v}_e||\vec{B}|$$

$$\vec{F}_E = q_0\vec{E} \quad |\vec{F}_E| = e|\vec{E}|$$

$$e|\vec{E}| = e|\vec{v}_e||\vec{B}| \rightarrow |\vec{E}| = |\vec{v}_e||\vec{B}|$$

$$|\vec{E}| = \frac{U}{d} \rightarrow U = d|\vec{v}_e||\vec{B}| \quad \text{Efekt Halla !}$$

Wniosek: Jak electron (ładunek) zasuwą w przewodniku w polu magnetycznym to wytwarza się napięcie (siła elektromotoryczna - SEM). Im szybciej zasuwą ($|\vec{v}_e|$) tym większe napięcie. ☺ **UWAGA, w poprzek przewodnika na razie prąd nie płynie, istnieje tylko SEM.**



Przewodnik porusza się w polu magnetycznym $\vec{B}$ ze stałą prędkością $\vec{v}$

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_B &= q_0(\vec{v} \times \vec{B}) \\ \vec{F}_E &= q_0\vec{E} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Po jakimś czasie siły} \\ \text{zrównoważą się} \end{array} \quad |\vec{F}_E| = |\vec{F}_B|$$

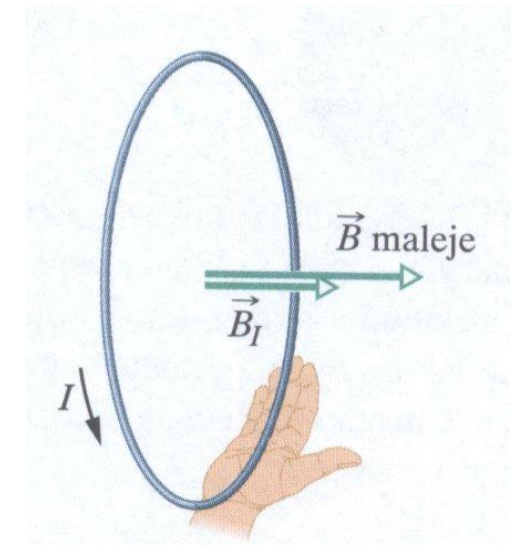
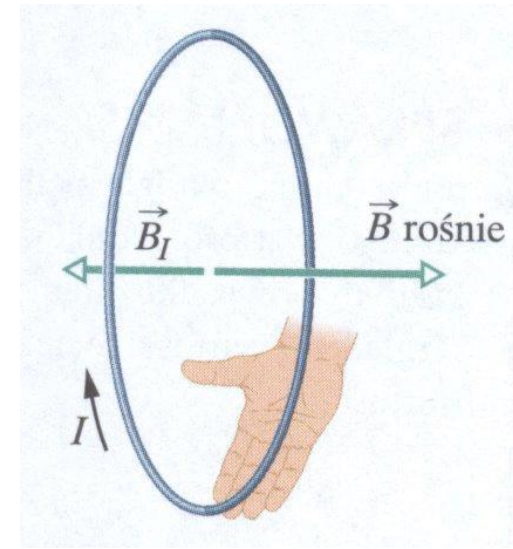
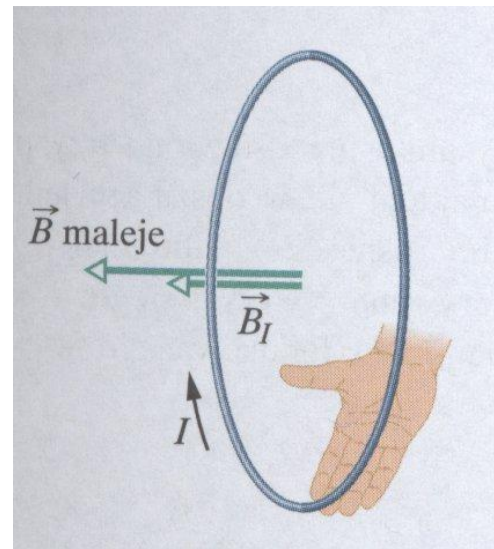
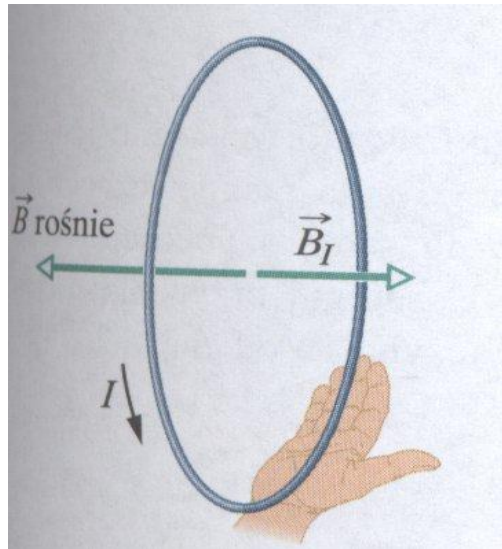
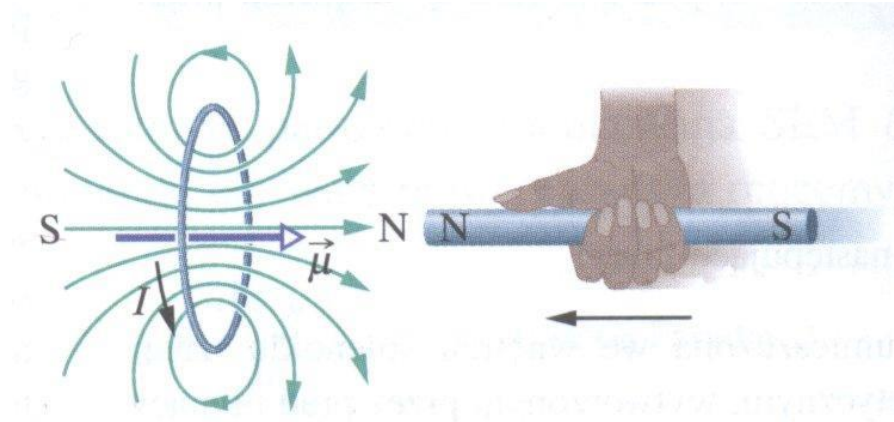
$$e|\vec{E}| = e|v||\vec{B}| \rightarrow |\vec{E}| = |v||\vec{B}|$$

$$|\vec{E}| = \frac{U}{l} \rightarrow U = l|v||\vec{B}|$$

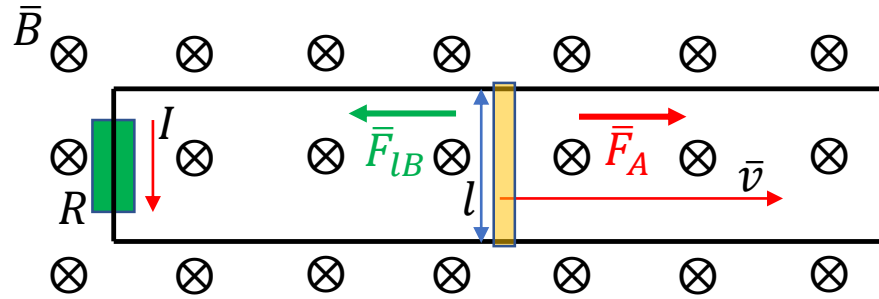
Wniosek: Jak przewodnik zasuwą w polu magnetycznym to wytwarza się SEM. Im szybciej zasuwą ($|v|$) tym większe napięcie. ☺ **UWAGA, wzdłuż przewodnika na razie prąd nie płynie, istnieje tylko SEM.**

Reguła Lenza (Heinrich Lenz 1834)

Prąd indukowany płynie w takim kierunku, że wytworzone przez niego pole magnetyczne przeciwdziała zmianie strumienia magnetycznego, które go wytworzyło.



Ruch przewodnika w polu magnetycznym



Przewodnik porusza się w polu magnetycznym $\vec{B}$ ze stałą prędkością $\vec{v}$, ale UWAGA przewodnik suwa się po przewodach tworząc zamknięty obwód z rezystorem R , który wymusza przepływ prądu I

W przewodzie: $\vec{F}_B = q_0(\vec{v} \times \vec{B})$
 $\vec{F}_E = q_0\vec{E}$

Po jakimś czasie siły zrównoważą się
 $|\vec{F}_E| = |\vec{F}_B|$

$$U = l|\vec{v}||\vec{B}|$$

SEM powstające na końcach przewodu

Prąd płynący przez rezystor:

$$U = l|\vec{v}||\vec{B}| \xrightarrow[\text{Ohma}]{\text{Prawo}} I = \frac{U}{R} \rightarrow I = \frac{l|\vec{v}||\vec{B}|}{R}$$

Wniosek: Im większa prędkość przewodu, tym większy przepływający prąd.

Siła powodująca ruch przewodu ze stałą prędkością $\vec{v}$ to $\vec{F}_A$, z drugiej strony na przewód z prądem w polu magnetycznym działa siła $\vec{F}_{LB}$, ponieważ $\vec{v} = \text{const}$. To z I Zasady Dynamiki Newtona: $\vec{F}_A = \vec{F}_{LB}$, gdzie $\vec{F}_{LB} = I(\vec{l} \times \vec{B})$, i $|\vec{F}_{LB}| = Il|\vec{B}|\sin(\alpha) \xrightarrow{\alpha=90^\circ} |\vec{F}_{LB}| = Il|\vec{B}|$

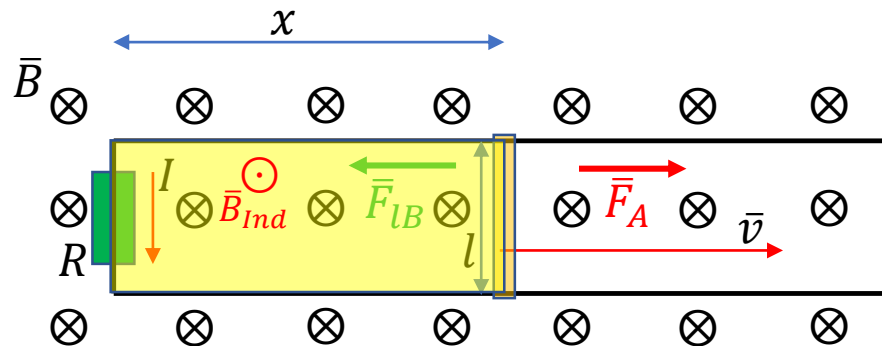
Praca wykonana przez siły przy przesunięciu przewodnika to: $W = \int \vec{F} ds = \int \vec{F}_A ds = |\vec{F}_A| \int ds = |\vec{F}_A||\vec{v}|t = |\vec{F}_{LB}||\vec{v}|t = Il|\vec{B}||\vec{v}|t$

Z zasady zachowania energii: moc P potrzebna do przesunięcia drutu w czasie t ($P = W/t$) jest równa mocy elektrycznej dysypowanej na rezystorze (moc prądu elektrycznego): $P = UI = I^2R \rightarrow W = Pt = UIt$

$$P = \frac{W}{t} = Il|\vec{B}||\vec{v}| = \frac{l|\vec{v}||\vec{B}|}{R} l|\vec{v}||\vec{B}| = \frac{1}{R} l^2 |\vec{B}|^2 |\vec{v}|^2 = |\vec{F}_A||\vec{v}|$$

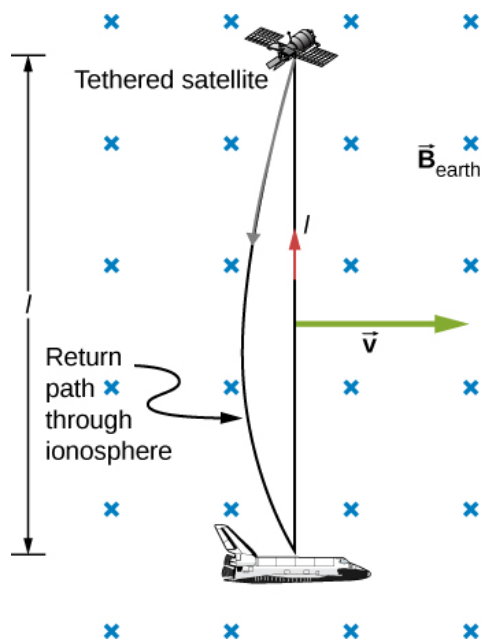
Wniosek: Kosztem energii mechanicznej związanej z pracą sił zewnętrznych powstaje energia elektryczna !!!

Ruch przewodnika w polu magnetycznym



$\vec{B}_{Ind}$ - indukowane pola magnetyczne pętli z prądem. Reguła Lenza wyznacza kierunek prądu I

W 1992 i 1996 roku przeprowadzono eksperyment nad generacją dużego SEM w polu magnetycznym ziemi.



- * Satelita był na 20 km smyczy i poruszał się razem z wahadłowcem na orbicie okołoziemskiej.
- * $|\vec{v}| = 7.8 \frac{km}{s}$, $|\vec{B}| = 5 \times 10^{-5} T$
- * $U = l|\vec{v}||\vec{B}| \approx 7.5 kV$
- * Konwersja energii kinetycznej i potencjalnej na energię elektryczną.

Eksperyment się nie udał

Wprowadźmy strumień pola: $\Phi = \vec{B} \circ \vec{S}$ $\Phi = |\vec{B}||\vec{S}|\cos\alpha = |\vec{B}||\vec{S}|$

$$|\vec{S}| = xl \rightarrow \Phi = |\vec{B}|xl$$

Jak pręt się porusza to następuje w czasie zmiana strumienia pola zamkniętego w konturze obwodu z prądem

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(|\vec{B}|xl)}{dt} \quad \text{Ponieważ w czasie ruchu, } |\vec{B}| = const., l = const. \quad \frac{d\Phi}{dt} = l|\vec{B}|\frac{dx}{dt} = l|\vec{B}|\vec{v}$$

Z poprzedniego slajdu SEM powstające na końcach przewodu: $U = l|\vec{v}||\vec{B}|$

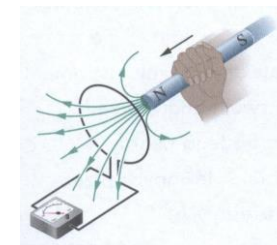
$$U = \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Prawo indukcji EM Faradaya

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$$

Indukowany prąd w pętli



SEM indukowane jest proporcjonalne do szybkości zmian strumienia magnetycznego w danym obwodzie. Kierunek prądu indukowanego jest zawsze taki, że pole magnetyczne przezeń wywołane przeciwstawia się zmianie strumienia magnetycznego zewnętrznego (**Reguła Lenza**).

Przykład: Jakie SEM wytwarza ruch pręta o dł. 1m z szybkością 3 m/s prostopadle do pola magnetycznego ziemskiego?

$$U = l|\vec{v}||\vec{B}| = 1 m \cdot 3 \frac{m}{s} \cdot 5 \times 10^{-5} T = 150 \mu V$$

Prawo Faradaya i prawo Lenza

Prawo Lenza

Prawo indukcji EM
Faradaya

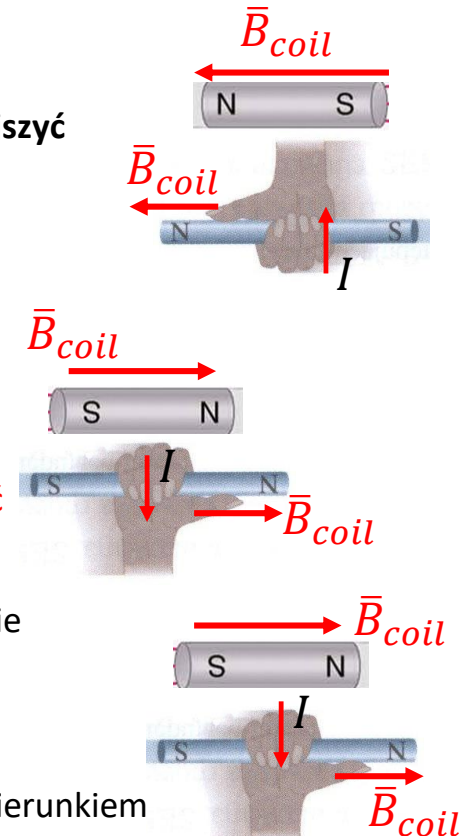
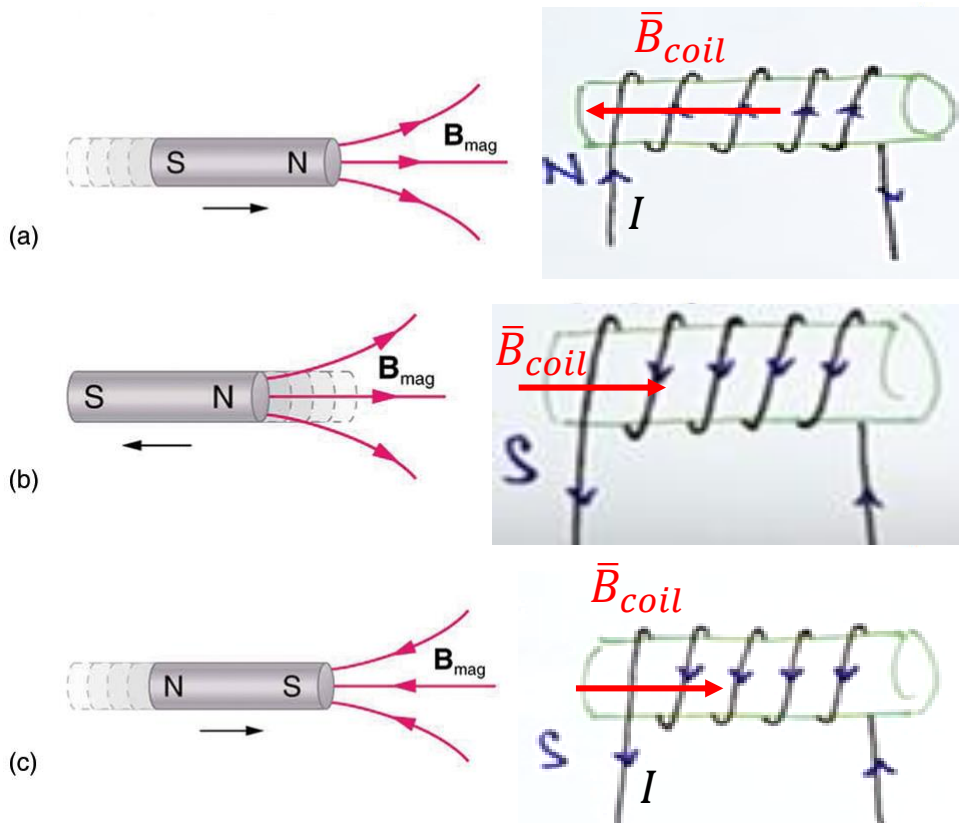
$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

SEM wytwarza prąd I oraz pola magnetyczne $\vec{B}_{coil}$, które przeciwstawia się zmianie strumienia pola indukcyjnego $\Delta\Phi = \Phi_i - \Phi_f$

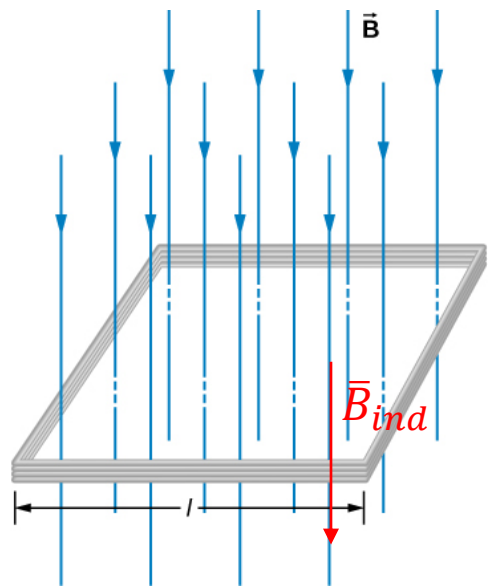
1. Ponieważ **wsuwamy** magnes w pętlę indukcyjną to rośnie strumień pola, rośnie $\vec{B}_{mag}$;
2. Aby temu przeciwdziałać indukuje się pole w cewce $\vec{B}_{coil}$ przeciwnie skierowane do pola $\vec{B}_{mag}$, tak aby **zmniejszyć** strumień pola w cewce; (Pole magnetyczne cewki musi odepchnąć magnes)

1. Ponieważ **wysuwamy** magnes z pętli indukcyjnej to maleje strumień pola, maleje $\vec{B}_{mag}$;
2. Aby temu przeciwdziałać indukuje się pole w cewce $\vec{B}_{coil}$ skierowane przeciwnie co pole $\vec{B}_{mag}$, tak aby **zwiększyć** strumień w cewce (Pole magnetyczne cewki musi przyciągnąć magnes)

1. Ponieważ **wsuwamy** magnes w pętlę indukcyjną to rośnie strumień pola, rośnie $\vec{B}_{mag}$, z odwrotnym kierunkiem strumienia/pola
2. Aby temu przeciwdziałać indukuje się pole w cewce $\vec{B}_{coil}$ przeciwnie skierowane do pola $\vec{B}_{mag}$ z przeciwnym kierunkiem strumienia. (Pole magnetyczne cewki musi odepchnąć magnes)



Prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya



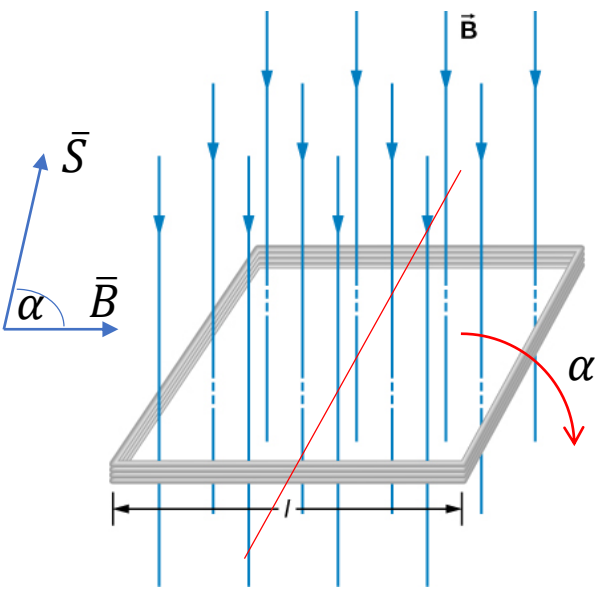
Przykład Jaki jest wielkość SEM indukowana w pętli oraz jakie jest natężenie cyrkulującego prądu, kiedy pętla jest kwadratem o boku $l=0.25\text{ m}$ i nawinięta jest z $N=200$ zwojów. Rezystancja pętli wynosi $R=5.0\ \Omega$, a pole magnetyczne zmienia się jak $dB/dt=-0.040\text{ T/s}$.

Strumień od jednej pętli $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \quad \Phi = |\vec{B}||\vec{S}|\cos\alpha = |\vec{B}||\vec{S}| = |\vec{B}|l^2$

Strumień od N jednej pętli: $N\Phi = N|\vec{B}||\vec{S}|\cos\alpha = N|\vec{B}||\vec{S}| = N|\vec{B}|l^2$

Prawo indukcji Faradaya: $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -Nl^2\frac{d|\vec{B}|}{dt} = -200(0.25^2\text{ m}^2)(-0.040\text{ T/s})=0.50\text{ V}$

Prąd: $I = \frac{\varepsilon}{R} \rightarrow I = 0.50\text{ V}/5.0\ \Omega=0.10\text{ A}$



Przykład CD. Oblicz średnią SEM jaka indukuje się w kwadratowej ramce, kiedy pole magnetyczne będzie stałe i równe 1.0 T podczas jej obrotu o 180 stopni w czasie 0.1 s .

Prawo indukcji Faradaya: $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ Prawo indukcji Faradaya dla cewki o N zwojach: $\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt}$

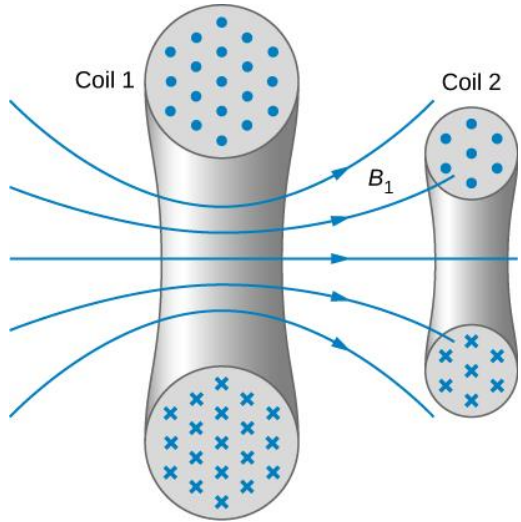
Zmiana strumienia $\Delta\Phi$ w czasie całego ruchu (Δt) jest różnicą strumienia początkowego (Φ_p) i końcowego (Φ_k): $\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_k - \Phi_p}{\Delta t}$

Strumień od jednej pętli $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \quad \Phi = |\vec{B}||\vec{S}|\cos\alpha \quad \Phi_p = |\vec{B}||\vec{S}|\cos(0^\circ) \quad \Phi_k = |\vec{B}||\vec{S}|\cos(180^\circ)$

$\varepsilon = -N\frac{\Phi_k - \Phi_p}{\Delta t} = -N\frac{|\vec{B}||\vec{S}|}{\Delta t}(\cos 0^\circ - \cos 180^\circ) \rightarrow \varepsilon = 200\frac{1.0\text{ T} \cdot 0.25^2\text{ m}^2}{0.1\text{ s}}(1 - (-1)) = 250\text{ V}$

$[T] = [Vs/m^2]$

Indukcja wzajemna dwóch obwodów (mutual inductance)



Φ_{12} - strumień pola produkawano przez cewkę 1: $\Phi_{12} \propto I_1 \rightarrow \Phi_{12} = L_{21}I_1$

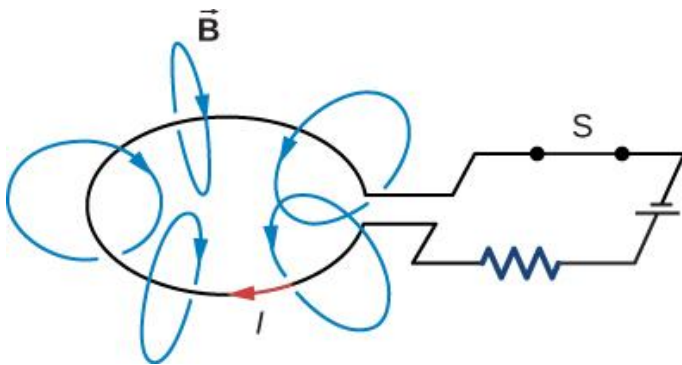
Zgodnie z prawem Faradaya w cewce 2 pojawi się SEM: $\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} \rightarrow \varepsilon_2 = -\frac{d}{dt}L_{21}I_1 = -L_{21}\frac{d}{dt}I_1$

Jednostką indukcyjności wzajemnej jest henr (H): $1H = \frac{1V}{1A/s} = 1\frac{Vs}{A} = 1\Omega s$

Indukcyjność wzajemna

Efekt jest symetryczny: $\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} \rightarrow \varepsilon_2 = -\frac{d}{dt}L_{12}I_2 = -L_{12}\frac{d}{dt}I_2$

Indukcja własna (self inductance)



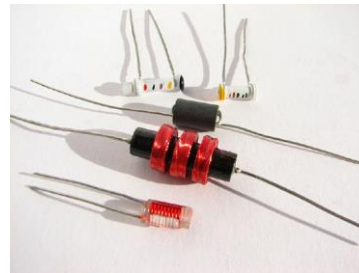
Jeśli mamy cewkę przez którą przepływa periodycznie zmienny prąd to z prawa Faradaya: $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Ale: $\Phi_B \propto I \rightarrow \Phi_B = LI$ Indukcyjność własna

Jeśli cewkę ma N zwojów to każdy zwoj daje wkład do strumienia pola: $N\Phi_B = LI$

Zatem SEM dla pętli N zwojów wynosi: $\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}; \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$

Jaka jest natura L (przy pominięciu znaku -): $L = \frac{\varepsilon}{dI/dt}$



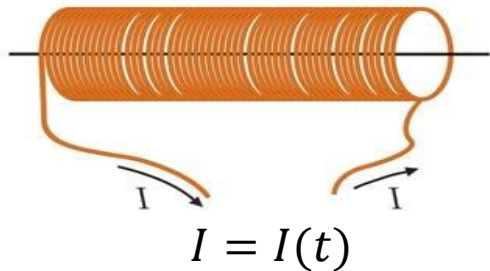
UWAGA: Jeśli prąd nie zmienia się w czasie nie ma strumienia i nie ma SEM !

Indukcja własna (self inductance)

Przykład 1 Zmierzona została SEM na 2.0 V dla cewki o 50 ściśle nawiniętych zwojach kiedy prąd przepływający przez cewkę zwiększał się jednostajnie od 0.0 do 5.0 A w 0.1 s. Jaka jest indukcyjność własna cewki? Jaki jest strumień pola magnetycznego od każdej z pętli zewki dla prądu 5.0 A?

$$\text{(przy pominięciu znaku -)} L = \frac{\varepsilon}{dI/dt} = \frac{2.0V}{5.0A/0.10s} = 4.0 \times 10^{-2} H \quad N\Phi_B = LI \rightarrow \Phi_B = \frac{LI}{N} = \frac{4.0 \times 10^{-2} H \cdot 5.0 A}{50} = 4.0 \times 10^{-3} Wb$$

Przykład 2 Rozważmy solenoid o długości l i przekroju poprzecznym S o N liczbie zwojów. Zakładamy, że długość solenoidu jest znacznie większa od jego średnicy i możemy zaniedbać wpływ pola magnetycznego na końcówkach solenoidu.



(patrz rozwiązanie solenoidu na poprzednich slajdach) $|\vec{B}| = \mu_0 \mu_r n I \rightarrow |\vec{B}| = \mu_0 \mu_r \frac{N}{l} I$
 $n = \frac{N}{l}$ liczbą zwojów na jednostkę długości

Zatem strumień pola magnetycznego od pojedynczego zwoju to: $\Phi_B = |\vec{B}|S = \mu_0 \mu_r \frac{NS}{l} I$

Ponieważ: $N\Phi_B = LI \rightarrow L = \frac{N\Phi_B}{I} \rightarrow L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l}$

Wniosek: L zależy tylko od geometrycznych parametrów cewki !!! Nie zależy od strumienia, prądu, ani od pola magnet.

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l^2} l = \mu_0 \mu_r \left(\frac{N}{l}\right)^2 S l = \mu_0 \mu_r n^2 S l = \mu_0 \mu_r n^2 V$$

Objętość solenoidu

Przykład 3 oblicz indukcyjność cewki w próżni o długości $l=1cm$ i średnicy $d=1cm$ mającej 10 zwojów. Takie cewki są stosowane w obwodach wejściowych radioodbiorników. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Tm/A$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} \rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 (\pi(0.5d)^2)}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot \frac{10^2 \pi (0.5 \cdot 0.01)^2 m^2}{0.01m} = 19.71 \cdot 10^{-7} H$$